

www.mathsplusun.com

Une initiation au calcul tensoriel

#1. L'opérateur Σ

Éric Pruvost – eric75p@yahoo.fr

Mathplusun

Avril 2020



Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Objectif et public visé

Objectif de la série

Initiation au calcul tensoriel

Public visé

Étudiants en physique et en mathématiques

Toute personne désirant s'initier au calcul tensoriel comme outil mathématique de la relativité générale

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Objectif et public visé

Objectif de la série

Initiation au calcul tensoriel

Public visé

Étudiants en physique et en mathématiques

Toute personne désirant s'initier au calcul tensoriel comme outil mathématique de la relativité générale

Thèmes de cet épisode

- Indices inférieurs;
- Indices supérieurs;
- Suites covariantes;
- Suites contravariantes;
- Opérateur Σ ;
- Linéarité de l'opérateur Σ .

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

La notion d'indice

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

La notion d'indice

5 8 3 11 9 2 17

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

La notion d'indice

5	8	3	11	9	2	17
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

La notion d'indice

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & 8 & 3 & 11 & 9 & 2 & 17 \\ a & b & c & d & e & f & g \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 \end{array}$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

La notion d'indice

5 8 3 11 9 2 17

a b c d e f g

a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7

b^1 b^2 b^3 b^4 b^5 b^6 b^7

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Suites covariantes et contravariantes

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Suites covariantes et contravariantes

(a_1, a_2, \dots, a_n) suite covariante

(b^1, b^2, \dots, b^n) suite contravariante

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Suites covariantes et contravariantes

(a_1, a_2, \dots, a_n) suite covariante

(b^1, b^2, \dots, b^n) suite contravariante

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & 8 & 3 & 11 & 9 & 2 & 17 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 \end{array}$$

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$$

$$S = \sum_{i=1}^7 a_i$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & 8 & 3 & 11 & 9 & 2 & 17 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 \end{array}$$

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$$

$$S = \sum_{i=1}^7 a_i$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & 8 & 3 & 11 & 9 & 2 & 17 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 \end{array}$$

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$$

$$S = \sum_{i=1}^7 a_i$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$\sum_{i=1}^7 a_i = \sum_{j=1}^7 a_j = \sum_{k=1}^7 a_k = \dots$$

$$\sum_{i=1}^7 a_i \neq \sum_{j=1}^7 a_j$$

$$\sum_{i=1}^7 a_i = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$$

$$\sum_{j=1}^7 a_j = a_i + a_i + a_i + a_i + a_i + a_i + a_i = 7a_i$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$\sum_{i=1}^7 a_i = \sum_{j=1}^7 a_j = \sum_{k=1}^7 a_k = \dots$$

$$\sum_{i=1}^7 a_i \neq \sum_{j=1}^7 a_j$$

$$\sum_{i=1}^7 a_i = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$$

$$\sum_{j=1}^7 a_j = a_i + a_i + a_i + a_i + a_i + a_i + a_i = 7a_i$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$\sum_{i=1}^7 a_i = \sum_{j=1}^7 a_j = \sum_{k=1}^7 a_k = \dots$$

$$\sum_{i=1}^7 a_i \neq \sum_{j=1}^7 a_j$$

$$\sum_{i=1}^7 a_i = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$$

$$\sum_{j=1}^7 a_j = a_i + a_i + a_i + a_i + a_i + a_i + a_i = 7a_i$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$\sum_{i=1}^7 a_i = \sum_{j=1}^7 a_j = \sum_{k=1}^7 a_k = \dots$$

$$\sum_{i=1}^7 a_i \neq \sum_{j=1}^7 a_j$$

$$\sum_{i=1}^7 a_i = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$$

$$\sum_{j=1}^7 a_j = a_j + a_j + a_j + a_j + a_j + a_j + a_j = 7a_j$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

$$S = \sum_{k=1}^5 k = \sum_{i=1}^5 i = \sum_{j=1}^5 j$$

$$T = \sum_{k=1}^5 j = j + j + j + j + j = 5j$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

$$S = \sum_{k=1}^5 k = \sum_{i=1}^5 i = \sum_{j=1}^5 j$$

$$T = \sum_{k=1}^5 j = j + j + j + j + j = 5j$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

$$S = \sum_{k=1}^5 k = \sum_{i=1}^5 i = \sum_{j=1}^5 j$$

$$T = \sum_{k=1}^5 j = j + j + j + j + j = 5j$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$\sum_{k=1}^5 (k)^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$$

$$\sum_{k=1}^5 (a_k)^2 = (a_1)^2 + (a_2)^2 + (a_3)^2 + (a_4)^2 + (a_5)^2$$

$$\sum_{j=1}^5 b^j = b^1 + b^2 + b^3 + b^4 + b^5$$

$$\sum_{j=1}^5 (b^j)^2 = (b^1)^2 + (b^2)^2 + (b^3)^2 + (b^4)^2 + (b^5)^2$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$\sum_{k=1}^5 (k)^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$$

$$\sum_{k=1}^5 (a_k)^2 = (a_1)^2 + (a_2)^2 + (a_3)^3 + (a_4)^2 + (a_5)^2$$

$$\sum_{j=1}^5 b^j = b^1 + b^2 + b^3 + b^4 + b^5$$

$$\sum_{j=1}^5 (b^j)^2 = (b^1)^2 + (b^2)^2 + (b^3)^2 + (b^4)^2 + (b^5)^2$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$\sum_{k=1}^5 (k)^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$$

$$\sum_{k=1}^5 (a_k)^2 = (a_1)^2 + (a_2)^2 + (a_3)^2 + (a_4)^2 + (a_5)^2$$

$$\sum_{j=1}^5 b^j = b^1 + b^2 + b^3 + b^4 + b^5$$

$$\sum_{j=1}^5 (b^j)^2 = (b^1)^2 + (b^2)^2 + (b^3)^2 + (b^4)^2 + (b^5)^2$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$\sum_{k=1}^5 (k)^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$$

$$\sum_{k=1}^5 (a_k)^2 = (a_1)^2 + (a_2)^2 + (a_3)^3 + (a_4)^2 + (a_5)^2$$

$$\sum_{j=1}^5 b^j = b^1 + b^2 + b^3 + b^4 + b^5$$

$$\sum_{j=1}^5 (b^j)^2 = (b^1)^2 + (b^2)^2 + (b^3)^2 + (b^4)^2 + (b^5)^2$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

$$S = \sum_{k=1}^n k = \sum_{i=1}^n i = \sum_{j=1}^n j$$

$$S = p + (p + 1) + (p + 2) + \dots + n$$

$$S = \sum_{k=p}^n k = \sum_{i=p}^n i = \sum_{j=p}^n j$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

$$S = \sum_{k=1}^n k = \sum_{i=1}^n i = \sum_{j=1}^n j$$

$$S = p + (p + 1) + (p + 2) + \dots + n$$

$$S = \sum_{k=p}^n k = \sum_{i=p}^n i = \sum_{j=p}^n j$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

$$S = \sum_{k=1}^n k = \sum_{i=1}^n i = \sum_{j=1}^n j$$

$$S = p + (p + 1) + (p + 2) + \dots + n$$

$$S = \sum_{k=p}^n k = \sum_{i=p}^n i = \sum_{j=p}^n j$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Le symbole Σ

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

$$S = \sum_{k=1}^n k = \sum_{i=1}^n i = \sum_{j=1}^n j$$

$$S = p + (p + 1) + (p + 2) + \dots + n$$

$$S = \sum_{k=p}^n k = \sum_{i=p}^n i = \sum_{j=p}^n j$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Linéarité de Σ

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Linéarité de Σ

$$\sum_{i=1}^n \lambda a_i = \lambda a_1 + \lambda a_2 + \dots + \lambda a_n$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda a_i = \lambda(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda a_i = \lambda \sum_{i=1}^n a_i$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Linéarité de Σ

$$\sum_{i=1}^n \lambda a_i = \lambda a_1 + \lambda a_2 + \dots + \lambda a_n$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda a_i = \lambda(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda a_i = \lambda \sum_{i=1}^n a_i$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Linéarité de Σ

$$\sum_{i=1}^n \lambda a_i = \lambda a_1 + \lambda a_2 + \dots + \lambda a_n$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda a_i = \lambda(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda a_i = \lambda \sum_{i=1}^n a_i$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Linéarité de Σ

$$\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = (a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) + \dots + (a_n + b_n)$$

$$\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = (a_1 + a_2 + \dots + a_n) + (b_1 + b_2 + \dots + b_n)$$

$$\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n b_i$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Linéarité de Σ

$$\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = (a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) + \dots + (a_n + b_n)$$

$$\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = (a_1 + a_2 + \dots + a_n) + (b_1 + b_2 + \dots + b_n)$$

$$\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n b_i$$

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Linéarité de Σ

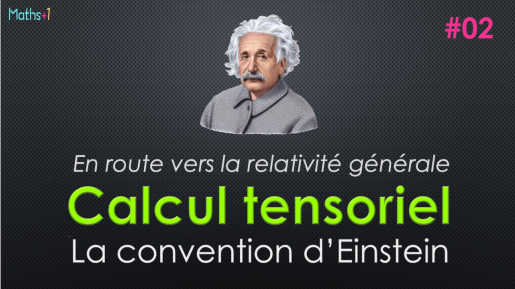
$$\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = (a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) + \dots + (a_n + b_n)$$

$$\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = (a_1 + a_2 + \dots + a_n) + (b_1 + b_2 + \dots + b_n)$$

$$\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n b_i$$


Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Prochain épisode



Maths+1

#02



En route vers la relativité générale

Calcul tensoriel

La convention d'Einstein

*matrices, double indice, symbole de Kronecker,
convention d'Einstein sur le symbole Σ ...*

Calcul tensoriel – 1. L'opérateur Σ

Aider la chaîne

- Pouce bleu;
- S'abonner à la chaîne;
- Partager sur les réseaux sociaux;
- Commenter la vidéo;
- Nous rejoindre sur FB, Instagram, Twitter;
- Nous aider sur tipeee.com